Pochodne cząstkowe 1

1 Wydłużenie e równomiernie zwężającego się pręta o długości L, poddanego obciążeniu osiowemu P jest określone wzorem:

$$e = \frac{4PL}{\pi DdE},$$

gdzie D i d są średnicami każdego z końców, a E jest modułem elastyczności.

Napisz wzór na przybliżony błąd δe wynikający z błędów δD, δd i δP, występujących odpowiednio w pomiarach wartości D, d i P, oraz znajdź pochodne cząstkowe e względem tych zmiennych.

Jeśli maksymalne błędy procentowe w pomiarach D, d i P wynoszą odpowiednio $\pm 2\%$, $\pm 3\%$ i $\pm 4{,}5\%$, użyj swojego wzoru, aby znaleźć wielkość maksymalnego możliwego błędu procentowego w obliczonej wartości e.

Odpowiedź **Rozwiązanie**

Odpowiedzi

1 $9{,}5\%$

Pytanie **Rozwiązanie**

Rozwiązania

1 (a) Jeśli $e = \dfrac{4PL}{\pi DdE}$, to przybliżony błąd δe wynikający z błędów δD, δd i δP dany jest wzorem

$$\begin{aligned}\delta e &\cong \frac{\partial e}{\partial D}\delta D + \frac{\partial e}{\partial d}\delta d + \frac{\partial e}{\partial P}\delta P \\ &= -\frac{4PL}{\pi D^2 dE}\delta D - \frac{4PL}{\pi Dd^2 E}\delta d + \frac{4L}{\pi DdE}\delta P \\ &= -\frac{e}{D}\delta D - \frac{e}{d}\delta d + \frac{e}{P}\delta P.\end{aligned}$$

Zatem

$$\begin{aligned}\frac{\delta e}{e}\cdot 100 &= -\frac{\delta D}{D}\cdot 100 - \frac{\delta d}{d}\cdot 100 + \frac{\delta P}{P}\cdot 100 \\ &= \mp 2 \mp 3 \pm 4{,}5.\end{aligned}$$

Oznacza to, że wielkość maksymalnego możliwego błędu procentowego e wynosi 9,5%.

Pytanie **Odpowiedź**